

Zadanie 6

Sprawdźmy czy mamy do czynienia z rodziną o MIW. Dla $\theta_1 > \theta_0$

$$\frac{f_{\theta_1}(x)}{f_{\theta_0}(x)} = \dots = \frac{\theta_1}{\theta_0} \exp\left(-\frac{1}{x^2}(\theta_1 - \theta_0)\right),$$

a więc to rodzina z MIW z $T(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Z tw. Karlina-Rubina wiemy, że test JNM jest postaci $\phi(x) = 1_{-\frac{1}{x^2} > c}$.

Z postaci gęstości widzimy, że $y = \frac{1}{x^2}$ ma rozkład wykładniczy z parametrem θ , a więc

$$\alpha = P\left(\frac{1}{x^2} < c\right) = 1 - \exp(-\theta c)$$

innymi słowy $c = -\log(1 - \alpha)/\theta$, dla $\theta_0 = 1/2$.

Podsumowując, test JNM o rozmiarze α to

$$\phi(x) = 1_{\frac{1}{x^2} < -2\log(1-\alpha)}.$$

Moc dla $\theta = 1$

$$P_{\theta}\left(\frac{1}{x^2} < -2\log(1 - \alpha)\right) = 1 - \exp(2\log(1 - \alpha)) = 1 - (1 - \alpha)^2 = 0.19$$

Punkty

2p za sprawdzenie czy to rodzina z MIW,

2p za stwierdzenie, że test można konstruować z tw. Karlina Rubina,

2p za wyznaczenie postaci testu,

2p za wyznaczenie stałej c ,

2p za wyznaczenie mocy.